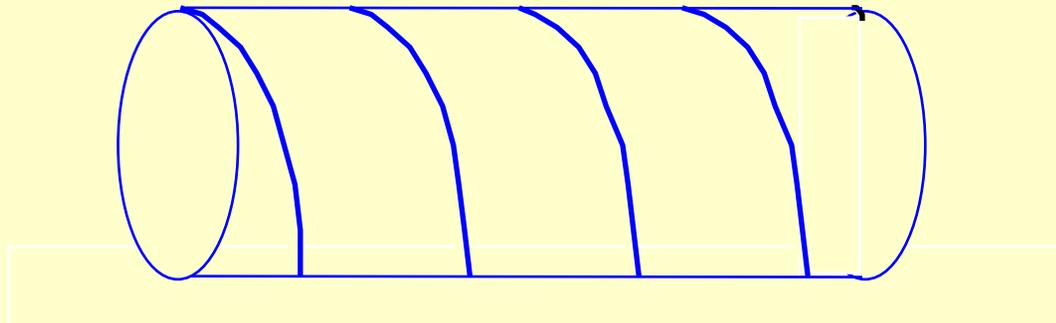


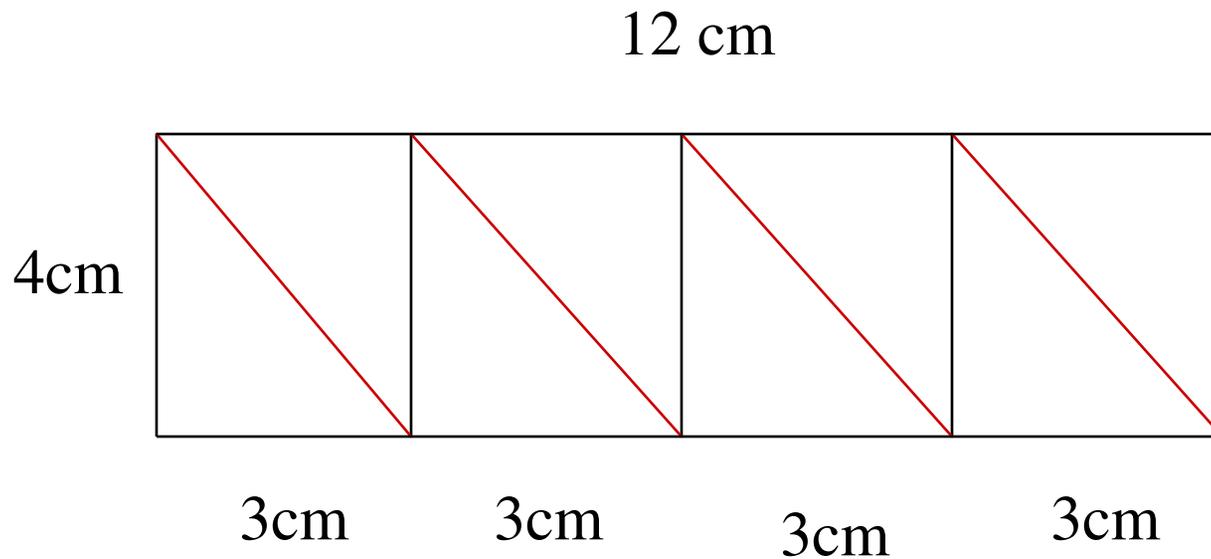
# Voruniversitäre Mathematik, Teilgebiet Elementargeometrie

## Aufgabe K14

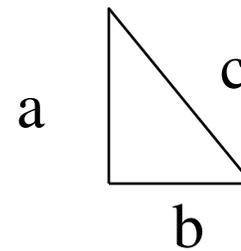
Eine Schnur ist symmetrisch um einen zylindrischen Stab gewickelt. Die Schnur windet sich genau 4mal um den Stab. Der Umfang des Stabs beträgt 4 cm und seine Länge 12 cm.



Bestimmen Sie die Länge der Schnur. Schreiben Sie alle Ihre Arbeitsschritte auf.



Satz des Pythagoras:  $a^2+b^2=c^2$



$$16+9=25$$

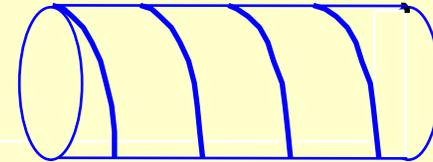
Jede Diagonale ist 5 cm lang, also ist die Schnur 20 cm lang



# Voruniversitäre Mathematik, Teilgebiet Elementargeometrie

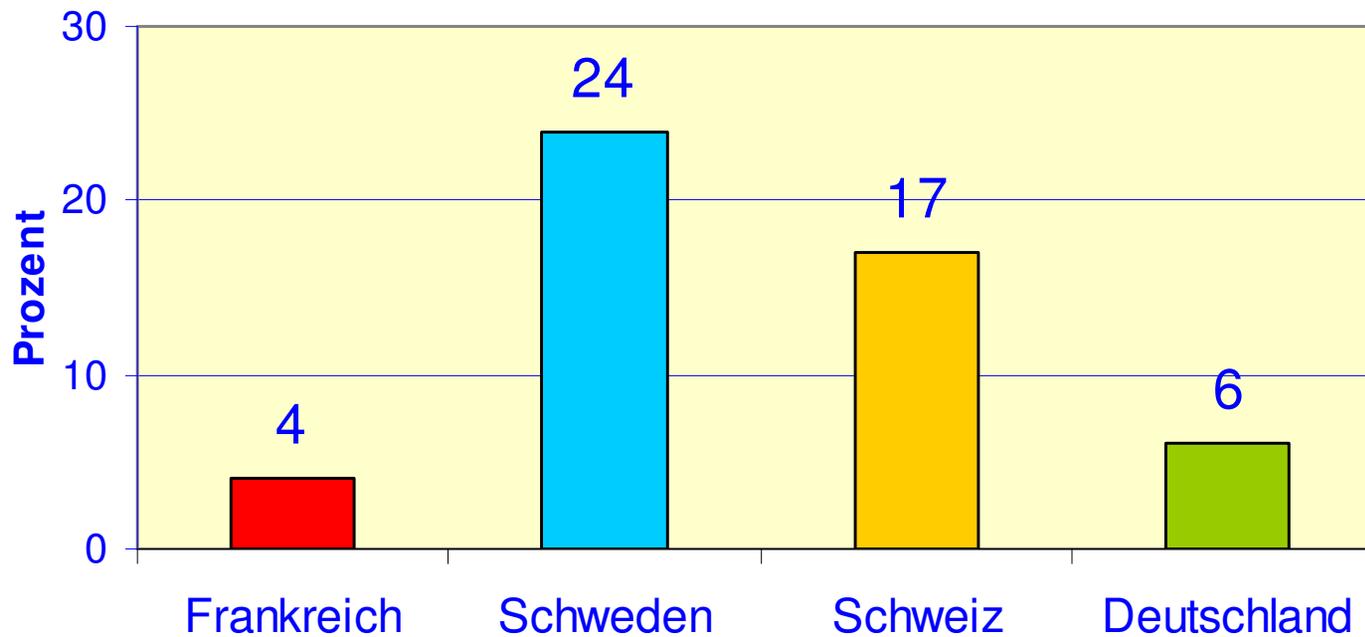
## Aufgabe K14

Eine Schnur ist symmetrisch um einen zylindrischen Stab gewickelt. Die Schnur windet sich genau 4mal um den Stab. Der Umfang des Stabs beträgt 4 cm und seine Länge 12 cm.



Bestimmen Sie die Länge der Schnur. Schreiben Sie alle Ihre Arbeitsschritte auf.

### Prozent korrekt gelöst in ausgewählten Ländern



# Wie kann man die Flexibilität fördern?

- Geometrie und Algebra von Anfang an integrieren
- Aufgaben mit unterschiedlichem Format darbieten
- Anregung zur Reflexion ( $a+b-b=$ )

## Konstruktivistische Vorstellung vom Lernen: keine passive Übernahme von Wissen (Piaget)

- Der Lernende baut durch Assimilation und Akkomodation neues Verständnis aus Vorwissen (Beispiel: Wal ist Säugetier, man muss sowohl bei der Beurteilung des Wals als auch bei der Klassifikation von Tieren neue Merkmale heranziehen)
- Aufgabe der Lehrperson ist es, eine Umorientierung der Schüler anzuregen.
- Erklärungen fallen nur auf fruchtbaren Boden, wenn bereits Wissen verfügbar ist.
- Korrektur von Misskonzepten häufig nötig.

# Veränderungen im Begriffsnetzwerk

Konzeptwechsel:

- Zentrale Merkmale werden peripher (z.B. Säugetier)
- Von der Sinneserfahrung zur objektiven Messung (z.B. Gewicht)
- Konzeptuelle Erweiterung (z.B. Dichte)
- Analogieschlüsse durch Vergleich und Kontrastierung
  - Fehlschlüsse (kleinste Teilchen, elektrischer Stromkreis)

Hier sind 5 Vögel und hier sind 3 Würmer.  
Stell dir vor, alle Vögel fliegen los und jeder versucht,  
einen Wurm zu bekommen.

Wie viele Vögel bekommen keinen Wurm? **96%**

Wie viel mehr Vögel als Würmer gibt es? **25%**

Angleichung:

Peter hat 8 Murmeln. 95%

Hans hat 5 Murmeln.

Wie viele Murmeln muss Hans bekommen,  
um genauso viele Murmeln wie Peter zu haben?

Vergleich:

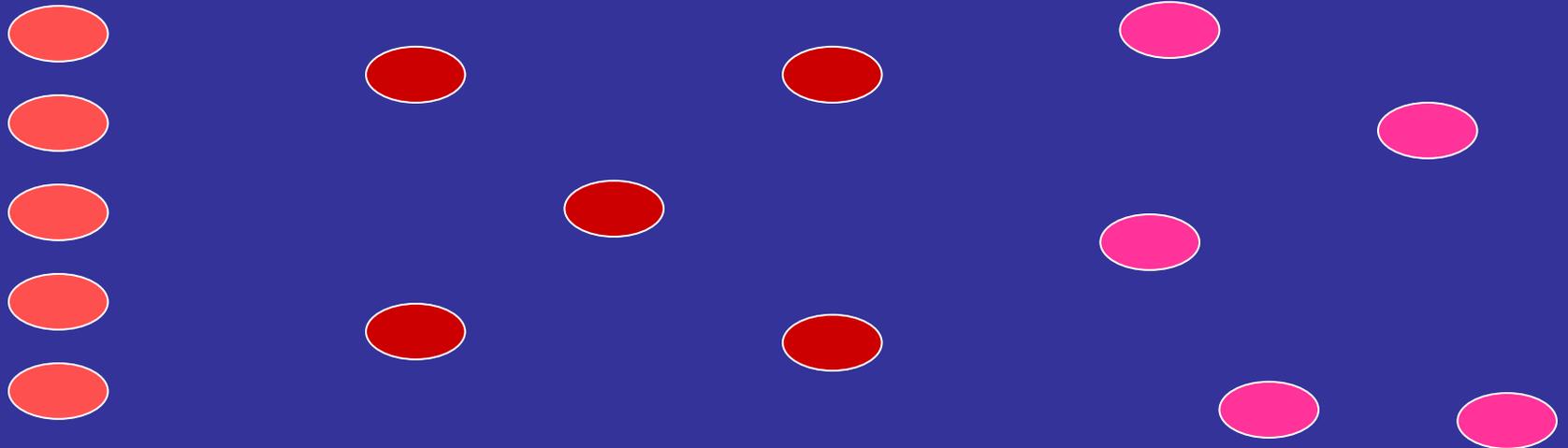
20%

Peter hat 8 Murmeln.

Hans hat 5 Murmeln.

Wie viele Murmeln hat Peter mehr als Hans?

# Darstellungsformen von „5“



Relationalzahl

Relationalzahl



Kardinalzahl

Ordinalzahl

# Lerngelegenheiten, die den Aufbau von Begriffsnetzwerken unterstützen

## **NICHT**

- **Lernen von Merksätzen, Definitionen und Formeln**
- **probieren, Versuch und Irrtum**

## **Sondern**

- **Gelegenheiten zur Ko-Konstruktion von Wissen in Gesprächen**
- **Nutzung verschiedener Repräsentationssysteme (z.B. graphische Veranschaulichungen)**
- **Möglichkeiten zur Anwendung in unterschiedlichen Kontexten**
- **ZEIT: Spiralcurriculum**

**Wie kommt es, dass, ein kleines Stück Stahl untergeht,  
aber ein grosses, schweres Schiff aus Stahl schwimmt?**



Hardy, I., Jonen, A., Möller, K., & Stern, E. (in Druck). Why does a large ship of iron float? Conceptual change in elementary school children. *Journal of Educational Psychology*.

## 5. Schwimmt ein großer Baumstamm im Wasser?



**Fünf starke Männer können ihn nicht hochheben.**

Der Baumstamm schwimmt

Der Baumstamm geht unter

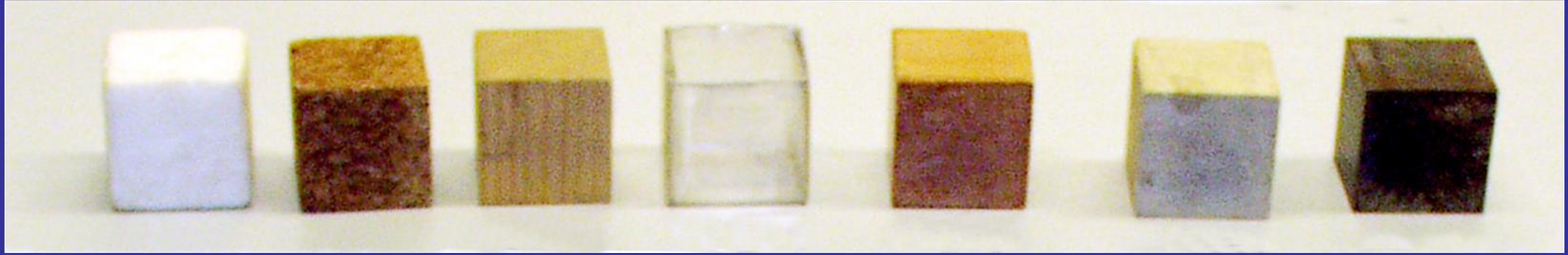
Warum?

# Kinder denken

- Es liegt nur am Gewicht
- Luft zieht Gegenstände nach oben
- Wasser saugt Gegenstände nach unten

# Kinder sollen lernen

- Luft spielt keine Rolle
- Volumen und Masse sind entscheidend
- Wasser saugt nicht, sondern drückt gegen Gegenstände, die wiederum gegen das Wasser drücken?



Styropor

Kork

Holz

Wasser

Ton

Stein

Eisen



# Ein Metalldraht wird ins Wasser getaucht. Was passiert?

geht unter

steigt nach oben

weil er sich festhält.

weil das weggedrängte Wasser weniger wiegt als der Metalldraht.

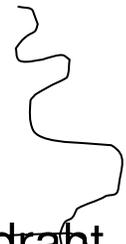
weil er so lang und dünn ist.

weil das weggedrängte Wasser mehr wiegt als der Metalldraht.

weil er aus Metall ist.

weil er vom Wasser nicht stark genug nach oben gedrückt wird.

weil er so leicht ist.



Ein Metalldraht wird ins Wasser getaucht.  
Was passiert?

geht unter

steigt nach oben

weil er sich festhält.

**weil das weggedrängte Wasser weniger wiegt als der Metalldraht.**

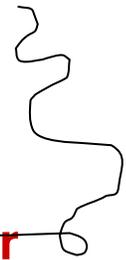
weil er so lang und dünn ist.

weil das weggedrängte Wasser mehr wiegt als der Metalldraht.

weil er aus Metall ist.

**weil er vom Wasser nicht stark genug nach oben gedrückt wird.**

weil er so leicht ist.



## 2. Kugeln im Wasserglas

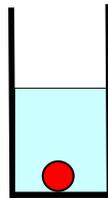
Hier sind vier gleich große Kugeln.

Sie sind unterschiedlich schwer.

Wie hoch steigt das Wasser im Glas bei jeder Kugel?

Zeichne jeweils den Wasserstand ein.

So hoch steigt das Wasser, wenn man die rote Kugel in das Glas legt.



40g



90g



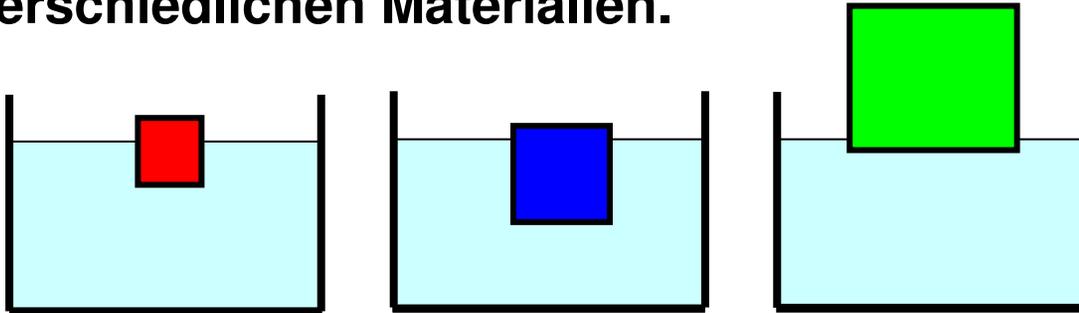
80g



20g

## 10. Würfel im Wasser

Du siehst drei Würfel im Wasserbecken. Sie sind aus unterschiedlichen Materialien.



**Welcher Würfel ist aus den schwersten Material?**

**Kreuze an:**

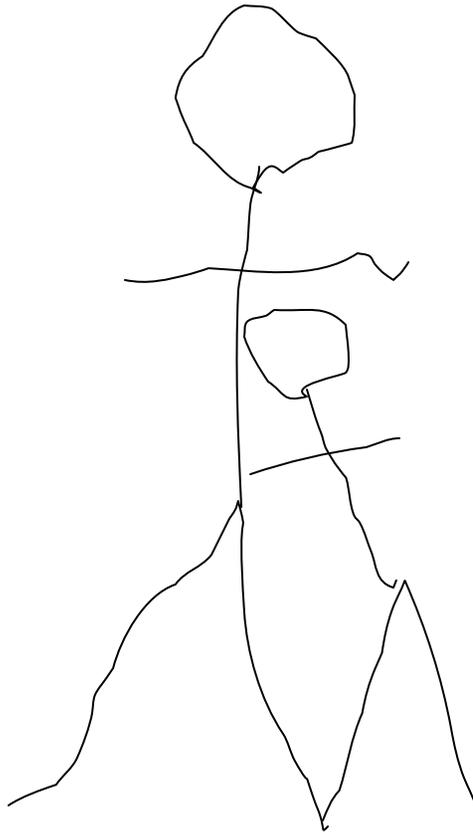
Der rote Würfel  der blaue Würfel  der grüne Würfel

**Welcher Würfel ist aus dem leichtesten Material?**

**Kreuze an:**

Der rote Würfel  der blaue Würfel  der grüne Würfel

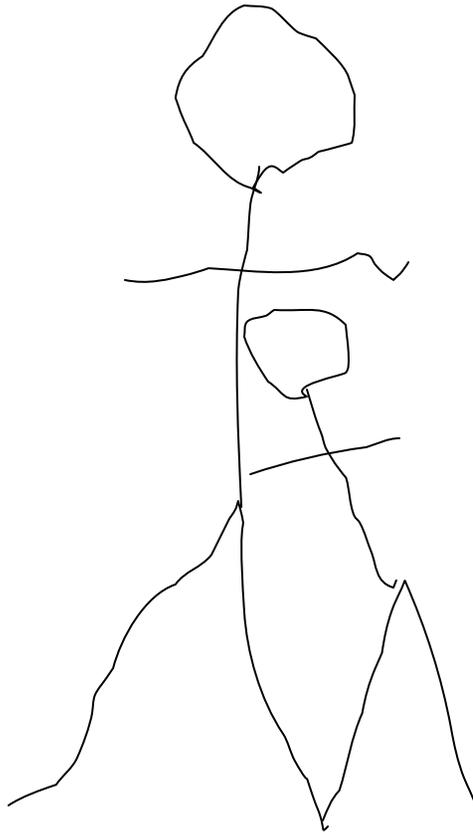
Der große Bruder Peter und die kleine Schwester Susanne messen ihre Kräfte, indem sie gegeneinander drücken. Keiner von Beiden fällt um.



Welcher Satz stimmt?

- Peter übt eine größere Kraft auf Susanne aus als Susanne auf Peter.
- Susanne übt eine größere Kraft auf Peter aus als Peter auf Susanne.
- Peter und Susanne üben gleich grosse Kräfte aufeinander aus.

Der große Bruder Peter und die kleine Schwester Susanne messen ihre Kräfte, indem sie gegeneinander drücken. Keiner von Beiden fällt um.



Welcher Satz stimmt?

- Peter übt eine größere Kraft auf Susanne aus als Susanne auf Peter.
- Susanne übt eine größere Kraft auf Peter aus als Peter auf Susanne.
- **Peter und Susanne üben gleich große Kräfte aufeinander aus.**

# Was wurde falsch gemacht?

- Der Begriff Kraft wurde mit einer Alltagsvorstellung von Anstrengung verwechselt.
- Kein physikalisches Konzept von Kraft und Gegenkraft.

# Konstruktivistischer Umgang mit Fehlvorstellungen

- Nicht Fehlvorstellungen bekämpfen, sondern alternative Erklärungen aufbauen.
- Wenn Fehlvorstellungen nicht mehr aktiviert werden, geraten sie in Vergessenheit.
- Manche intuitiven Vorstellungen behalten ihre Alltagsplausibilität (z.B. Energie verbrauchen).

### 3. Warum können wir manches, obwohl wir es nicht direkt gelernt haben?

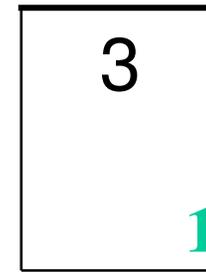
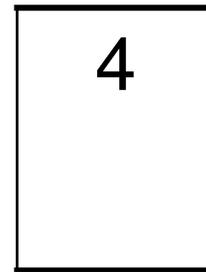
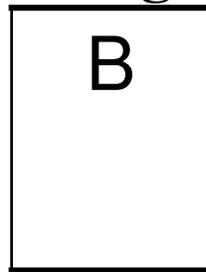
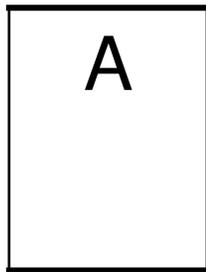
- Schlussfolgerndes Denken: Deduktion und Induktion
- Deduktion: Vom Allgemeinen auf das Besondere
- Induktion: Vom Besonderen auf das Allgemeine (Analoges Schlussfolgern)

Haben wir ein Programm für das schlussfolgernde Denken, das unabhängig vom Inhalt abläuft?

# Deduktives Schlussfolgern: Wason Selection Task

---

Welche Karten muss man umdrehen, um folgende Regel zu überprüfen: **Wenn auf einer Seite der Karte ein Vokal steht, muss auf der anderen Seite eine gerade Zahl stehen.**



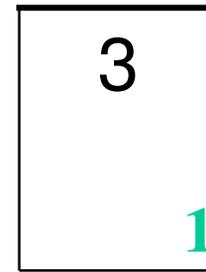
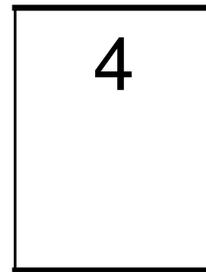
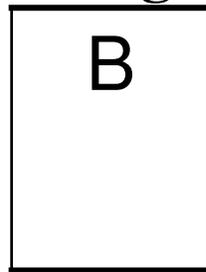
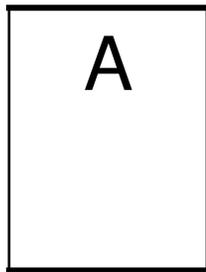
10% korrekt

90% falsch

---

# Deduktives Schlussfolgern: Wason Selection Task

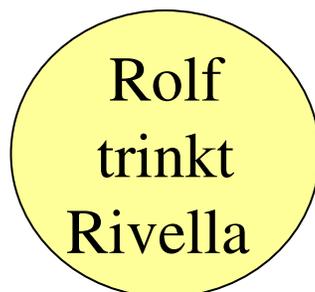
Welche Karten muss man umdrehen, um folgende Regel zu überprüfen: **Wenn auf einer Seite der Karte ein Vokal steht, muss auf der anderen Seite eine gerade Zahl stehen.**



10% korrekt

90% falsch

Wessen Getränk bzw. wessen Alter muss die Polizei überprüfen, um die Einhaltung des Jugendschutzgesetzes in der Disko zu gewährleisten: **Wenn man Bier bestellt, muss man mindestens 16 Jahre alt sein.**



100% korrekt

# Wissen

## intelligent

- Wissensarten sind vernetzt
- Perfekte Routinen
- Veränderungen im Zugriff sind steuerbar
- Kann in unterschiedlichen Modalitäten und Symbolsystemen ausgedrückt werden
- transferierbar

## unintelligent

- Isolierte Fakten
- Nicht integrierte Routinen
- Einseitiger Zugriff
- Wenig Flexibilität in der Repräsentation
- Nicht transferierbar (situieret)

# Abstraktion, Abstrakter Begriff, Abstraktionsfähigkeit

- Abstraktion: Wegzeichnen, sich auf einen Ausschnitt von Merkmalen konzentrieren
- Abstrakter Begriff: Gemeinsamkeit der Entitäten (Einheiten bzw. Extensionen) besteht nicht in wahrnehmbaren Merkmalen, sondern in Merkmalen, die sich aus einem theoretischen Erklärungszusammenhang ergeben.
- Abstraktionsfähigkeit: Irreführender weil leerer Begriff (Kein überdauerndes, Persönlichkeitsmerkmal, sondern Kompetenz, nicht sichtbare Merkmale sichtbar zu machen)
- Mathematik macht das Unsichtbare sichtbar

# Unterstützung beim Erwerb abstrakter Begriffe

- Das Unsichtbare sichtbar machen
- Kontrastierung von Fallbeispielen
- Repräsentationshilfen

# Einsicht durch Kontrastierung von Fallbeispielen

Durch gezielte Kontrastierung von Fallbeispielen kann die Aufmerksamkeit auf gewünschte Merkmale gelenkt werden.